

R008-02

C会場：11/26 AM1 (9:00-10:15)

9:15~9:30

ラプラス演算子を用いた陽的時間領域有限差分法のクーラン条件の緩和および数値誤差の低減

#関戸 晴宇^{1,2)}, 梅田 隆行³⁾, 三好 由純²⁾

(¹ 名大工学研究科, (² 名大 ISEE, (³ 北大基盤センター

Relaxation of the Courant Condition and Reduction of Numerical Errors in the Explicit Finite-Difference Time-Domain Method

#Harune Sekido^{1,2)}, Takayuki Umeda³⁾, Yoshizumi Miyoshi²⁾

(¹School of Engineering, Nagoya University, (²Institute for Space-Earth Environment Research, Nagoya University,

(³Information Initiative Center, Hokkaido University

This study provides a new numerical method for relaxation of the Courant condition and correction of numerical errors in the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) method with the time-development equations using higher-degree difference terms. The FDTD method (Yee 1966) is a numerical method for solving the time development of electromagnetic fields by approximating Maxwell's equations in both time and space with the finite difference of the second-order accuracy. A staggered grid system is used in the FDTD method, in which Gauss's law is always satisfied. Owing to this advantage, the FDTD method is used in plasma kinetic simulations for more than fifty years. In the FDTD method, however, numerical oscillations occur due to the error between the numerical phase velocity and the theoretical phase velocity. The FDTD(2,4) method (Fang 1989; Petropoulos 1994), which uses the fourth-order spatial difference, is proposed for reduction of the numerical errors. However, the Courant condition becomes more restricted by using higher-order finite differences in space and a larger number of dimensions. Recently, a numerical method has been developed by adding one-dimensional odd-degree difference terms to the time-development equations of FDTD (Sekido & Umeda, IEEE TAP, 2023; PIER M, 2024), which relaxes the Courant condition, although there exist large anisotropic numerical errors with large Courant numbers. In the present study, higher-degree difference terms including Laplacian are added to the time-development equations of FDTD(2,4) (Sekido & Umeda, EPS, 2024). The results of the test simulations show that the Laplacian operators suppress anisotropies in the waveforms and reduce the numerical oscillations. The present schemes are stable with large Courant numbers up to 1, which are able to reduce the computational time of plasma kinetic simulations significantly.

本研究では、FDTD (Finite-Difference Time-Domain) 法の時間発展式に対し、高階微分項を追加することで、クーラン条件の緩和および数値誤差の低減を行った。FDTD 法は、電磁場の時間発展を解く数値計算手法であり、空間および時間について 2 次精度の差分を Maxwell 方程式に適用することで時間発展式が求められる (Yee 1966)。また、staggered 格子系が採用されており、電場および磁場についての Gauss の法則が常に成り立つ。この利点により、プラズマ運動論シミュレーションの電磁場計算に 50 年以上に渡って用いられている。FDTD 法では数値的な位相速度と理論的な光速の差に依存して数値振動が生じる。この数値振動の低減のため、空間差分精度を上げた手法が提案されている (Fang 1989; Petropoulos 1994)。しかし、近似精度の上昇および空間の高次元化に伴って Courant 条件は厳しくなるという問題を抱えていた。そこで、Courant 条件の緩和と同時に数値誤差を低減させるために FDTD の時間発展式に奇数階微分項を追加する手法を開発した (Sekido & Umeda, IEEE TAP, 2023; PIER M, 2024)。この手法により Courant 条件が緩和されたが、Courant 数が大きくなるほど数値誤差が増大するという問題が残されていた。本研究では、ラプラス演算子を考慮した高階微分項を用いて新たな陽的かつ非散逸な FDTD 法を開発した (Sekido & Umeda, EPS, 2024)。テストシミュレーションの結果、ラプラス演算子の考慮により、数値誤差の異方性が大きく改善され、数値振動も大きく減少した。また、本手法は Courant 数が 1 までの範囲で安定であり、古典的な手法よりも時間ステップを大きくとることができる。これにより、本手法をプラズマ運動論シミュレーションに適用することで、大幅な計算時間の短縮が見込まれる。