

R008-20

C 会場 : 11/27 AM2 (11:05-12:35)

11:50~12:05:00

ブラソフ方程式とシュレーディンガー方程式の対応関係について

#松本 洋介¹⁾, 川上 剛太郎²⁾, 吉川 耕司³⁾, 簗島 敬⁴⁾, 吉田 直紀⁵⁾

(¹⁾ 千葉大学, (²⁾ 東京科学大学, (³⁾ 筑波大学, (⁴⁾ 海洋研究開発機構, (⁵⁾ 東京大学

On Vlasov-Schrodinger equations correspondence

#Yosuke Matsumoto¹⁾, Gotaro Kawakami²⁾, Kohji Yoshikawa³⁾, Takashi MINOSHIMA⁴⁾, Naoki Yoshida⁵⁾

(¹⁾ Chiba University, (²⁾ Institute for Science Tokyo, (³⁾ Tsukuba University, (⁴⁾ JAMSTEC, (⁵⁾ University of Tokyo

A new numerical approach, the Schrodinger method, has emerged to solve the Vlasov-Poisson equation in cosmological self-gravity systems. This method deals with the Wigner function, which can be reconstructed from the wave function of the Schrodinger equation, as a classical distribution function in phase space. The method has successfully reproduced the results obtained from the Vlasov simulations. This study re-examines the Schrodinger method for its application to astrophysical plasma. We first confirmed that the time evolution of the Wigner function follows the Vlasov equation in the classical limit. We also found that errors introduced by the quantum effects scaled with the square of the ratio of the quantum scale to the plasma scale. Using a newly developed numerical code to solve the time-dependent Schrodinger equation, we accurately reproduced plasma oscillations in one-dimensional electrostatic plasma. Furthermore, we observed that numerical errors arose from the quantum effect scaled as the scale ratio with an index of 1.6. This presentation will discuss the correspondence between the Vlasov and Schrodinger equations and the numerical advantages of the Schrodinger method over the kinetic plasma simulations.

天体現象で普遍的に見られる無衝突衝撃波や磁気リコネクションにおけるプラズマ加熱・輸送を理解するためには、運動論的プラズマを記述する第一原理である Vlasov 方程式を解く必要がある。電磁場と併せた Vlasov-Maxwell (Poisson) 系は強い非線形システムのため、Particle-in-Cell (PIC) シミュレーションなどの手法で数値的に解かれることが一般的である。特に、Vlasov-Poisson 系は静電プラズマを記述するだけでなく、自己重力系の宇宙大規模構造を記述する基礎方程式としても知られ、同様に粒子計算法が標準的に採用されてる。近年では、計算機能力の増大により、Vlasov 方程式を直接 Euler 的に解く Vlasov シミュレーションが行われるようになってきた。いずれにしても、位置・運動量空間内の粒子の分布関数を保持する必要がある、計 6 次元空間内の膨大なサンプリング（粒子法）またはメモリでの保持（Vlasov 法）のため、最新のスーパーコンピューターをもってしても、その適用範囲には限りがある。

こうした中、宇宙大規模構造を明らかにする宇宙論分野では Schrodinger 方程式に基づく Schrodinger 法を用いた Vlasov-Poisson 方程式の数値解法と応用が報告されるようになってきた。Schrodinger 方程式で記述される波動関数から再構築する Wigner 関数（より最近では伏見関数）を位相空間内の古典的分布関数とみなすことで、Schrodinger-Poisson 系を解くものである。Wigner 関数を分布関数としてみなした場合、Schrodinger 方程式は量子効果による誤差を残した形の Vlasov 方程式に帰着することが示されている (Fiex, 1970)。本関係を利用して、Schrodinger 方程式を数値的に解き、各時刻における波動関数から Poisson 方程式を解く手法が、静電プラズマ (Bertrand et al., 1980), 自己重力系 (Widrow et al., 1993) で応用例が報告された。その後報告例が途絶えたが、Kopp et al. (2017) を皮切りに、宇宙論分野で報告が続いている。

本研究では、当初静電プラズマで応用された Schrodinger 法を天体プラズマへの応用に向けて再検討を行う。Wigner 関数が満たす時間発展方程式は古典極限で Vlasov 方程式に帰着することを確認し、量子効果による誤差は量子スケールとプラズマスケールの比の 2 乗でスケールすることがわかった。時間発展 Schrodinger 方程式を解く数値コードを新たに開発し、1 次元静電プラズマへの応用を試みた結果、Schrodinger 法によってプラズマ振動を正確に再現することに成功した。また数値実験からは、量子スケール・プラズマスケールの比の 1.6 乗で量子誤差が減ることが明らかになった。本発表では、Vlasov 方程式と Schrodinger 方程式の対応関係、Schrodinger 法の Vlasov 計算法に対する数値的利得について議論を行う。